Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

LISTOPAD 2018

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wynikiem działania $49^{-6} : 7^{-15}$ jest:

A. 7^{-21} **B.** 7^{3} **C.** 7^{8} **D.** 7^{-27}

Zadanie 2. (0–1)

Wyrażenie $\log_3(\log 30 - \log 3)$ jest równe:

A. $\log_3 10$ **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Zadanie 3. (0–1)

Liczbą odwrotną do liczby $\frac{\sqrt{6}-3}{3}$ jest:

A. $\frac{3-\sqrt{6}}{3}$ **B.** $-\sqrt{6}-3$ **C.** $3+\sqrt{6}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}+3}{5}$

Zadanie 4. (0–1)

Urząd skarbowy został zobowiązany do zwrotu podatku w wysokości 235,40 zł. Kwotę tę zaokrąglono do pełnych dziesiątek złotych. Błąd względny tego zaokrąglenia wyrażony w procentach wyniósł około:

A. 0,04% **B.** 1,95% **C.** 1,92% **D.** 2,29%

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $2-2\left(\sqrt{3}-1\right)^2$:

A. należy do przedziału $\langle 1; +\infty)$

B. jest ujemna

C. jest równa 0

D. należy do przedziału $(0;1)$

Zadanie 6. (0–1)

Nierówność $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}x<\frac{1}{6}$ jest równoważna nierówności:

A. $x>\frac{1}{3}$ **B.** $x<\frac{1}{3}$ **C.** $x>3$ **D.** $x<3$

Zadanie 7. (0–1)

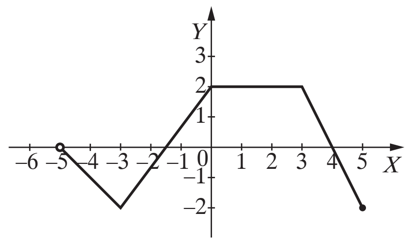
Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{3x\left(x^2-9\right)}{x-3}=0$ wynosi:

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji *f*. Maksymalny przedział, w którym funkcja *f* jest rosnąca, to:



A. $\langle -2; 0 \rangle$ **B.** $\langle -2; 2 \rangle$ **C.** $\langle -3; 2 \rangle$ **D.** $\langle -3; 0 \rangle$

Zadanie 9. (0–1)

Wykres funkcji liniowej $f(x) = \dfrac{8-3x}{2}$ przecina osie układu współrzędnych w punktach A i B. Pole trójkąta ABO, w którym punkt O jest początkiem układu współrzędnych, wynosi:

A. $10\frac{2}{3}$ **B.** $5\frac{1}{3}$ **C.** $21\frac{1}{3}$ **D.** $7\frac{1}{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x+7)(x-3)$ jest:

A. $(-\infty; 25\rangle$ **B.** $(-\infty; -2\rangle$ **C.** $\langle 25; +\infty)$ **D.** $\left(-\infty; 2\frac{1}{2}\right\rangle$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji $f(x) = -3^x$ przesunięto równolegle wzdłuż osi OX o dwie jednostki w prawo i otrzymano wykres funkcji $y = g(x)$. Wówczas:

A. $g(x) = -3^x + 2$ **B.** $g(x) = -3^{x+2}$ **C.** $g(x) = -3^x - 2$ **D.** $g(x) = -3^{x-2}$

Zadanie 12. (0–1)

Dodatnich wyrazów ciągu określonego wzorem $a_n = -2n + 2018$ dla $n \geq 1$ jest:

A. nieskończenie wiele **B.** 1009 **C.** 1008 **D.** 2016

Zadanie 13. (0–1)

Sumę n początkowych wyrazów ciągu $(4, 6, 9, \ldots)$ można obliczyć ze wzoru:

A. $n(n+3)$ **B.** $\dfrac{3n+5}{2} \cdot n$ **C.** $8\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right]$ **D.** $2\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right]$

Zadanie 14. (0–1)

W pewnym ciągu arytmetycznym suma dwóch pierwszych wyrazów jest równa $5\frac{1}{2}$, a suma trzech pierwszych wyrazów jest równa 12. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy:

A. $1\frac{1}{2}$ **B.** $4\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 15. (0–1)

Dla pewnego kąta wypukłego α mamy $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. Kąt α ma miarę:

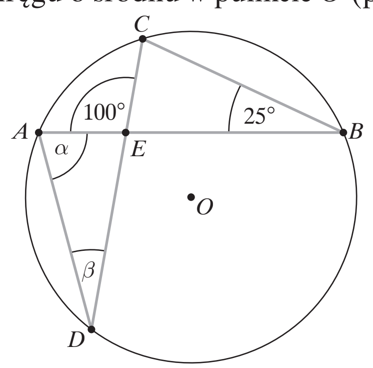
A. 210° **B.** 60° **C.** 90° **D.** 120°

Zadanie 16. (0–1)

Wysokość rombu jest równa 12, a jego pole jest równe 180. Sinus kąta ostrego rombu wynosi:
A. 0,4 **B.** 0,6 **C.** 0,75 **D.** 0,8

Zadanie 17. (0–1)

Punkty *A, B, C* i *D* należą do okręgu o środku w punkcie *O* (patrz rys.). Suma $\alpha+\beta$ wynosi:



A. 125° **B.** 120° **C.** 100° **D.** 90°

Zadanie 18. (0–1)

Obserwowana w laboratorium populacja bakterii podwaja swoją liczebność co 20 minut. Początkowa liczba bakterii wynosiła *K* sztuk. Oznacza to, że po upływie *n* godzin liczebność populacji wyniesie:
A. $K\cdot 2^{3n}$ **B.** $K\cdot 6^{n}$ **C.** K^{3n} **D.** $K\cdot 3n$

Zadanie 19. (0–1)

Przeciwległe wierzchołki kwadratu mają współrzędne $A=(1,-3)$ i $C=(-5,3)$. Bok kwadratu ma długość:
A. 12 **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** $3\sqrt{2}$ **D.** 6

Zadanie 20. (0–1)

Ilość wszystkich liczb czterocyfrowych, w których cyfry się nie powtarzają, wynosi:
A. $9\cdot9\cdot8\cdot7$ **B.** $10\cdot9\cdot8\cdot7$ **C.** $9\cdot10\cdot10\cdot10$ **D.** $9\cdot8\cdot7\cdot6$

Zadanie 21. (0–1)

Rzucono trzy razy monetą symetryczną. Prawdopodobieństwo uzyskania jednej reszki wynosi:
A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{7}{8}$ **D.** $\frac{1}{8}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

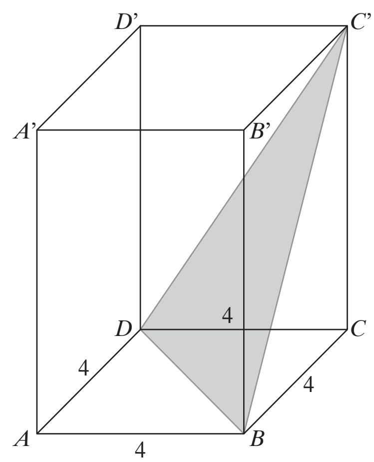
Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu liczb 5, 8, 1, 3, x, 8 wynosi 6. Mediana tego zestawu jest równa:

A. 2 **B.** $6\frac{1}{2}$ **C.** 4 **D.** 8

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy równej 4. Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną BD podstawy i wierzchołek C'. Otrzymany przekrój jest trójkątem, którego wysokość poprowadzona z wierzchołka C' jest równa 12. Wysokość graniastosłupa jest równa:



A. $2\sqrt{35}$ **B.** $4\sqrt{7}$ **C.** $2\sqrt{34}$ **D.** $8\sqrt{2}$

Zadanie 24. (0–1)

Kula o promieniu 6 cm i walec o wysokości równej 4,5 cm mają równe objętości. Średnica podstawy walca ma długość:

A. 8 cm **B.** $8\sqrt{2}$ cm **C.** 16 cm **D.** 20 cm

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 25.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

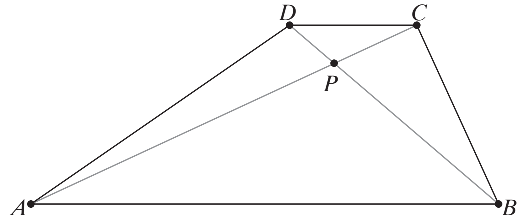
Zadanie 25. (0–2)

Rozwiąż nierówność $(2x-5)(3-x)>-66$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 26. (0–2)

W trapezie $ABCD$ przekątne przecinają się w punkcie P. Punkt P dzieli przekątne na odcinki długości: $|AP|=8$, $|PC|=3$ i $|BP|=12$. Długości podstaw AB i CD trapezu różnią się o 15. Oblicz długość odcinka DP oraz długości podstaw AB i CD trapezu.



Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że jeżeli liczby a i b są kolejnymi liczbami naturalnymi, to liczba $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2-\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2$ jest podzielna przez 4.

Zadanie 28. (0–2)

Wiedząc, że kąt α jest rozwarty oraz $\sin^2\alpha=\frac{9}{25}$, oblicz $\mathrm{tg}\alpha$.

Odpowiedź: ....

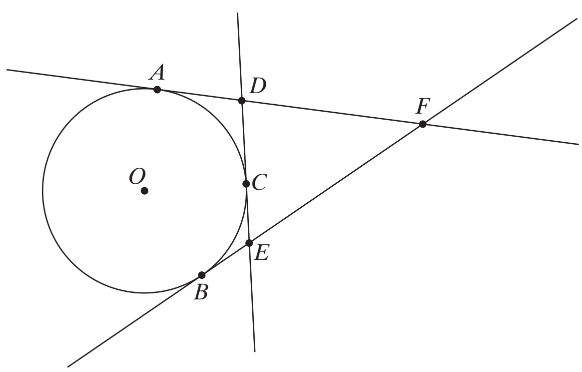
Zadanie 29. (0–2)

Dana jest funkcja $f(x) = -3x^2 + bx + c$ dla $x \in \boldsymbol{R}$. Prosta o równaniu $x = 2$ jest osią symetrii paraboli będącej jej wykresem, a zbiorem wartości funkcji *f* jest przedział $\left(-\infty; 21\right\rangle$. Wyznacz współczynniki *b* i *c*.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–2)

Do okręgu o środku w punkcie *O* poprowadzono z trzech punktów *A*, *B* i *C* leżących na okręgu styczne, które przecięły się w punktach *D*, *E* i *F* (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli $|AF| = x$, to obwód trójkąta *DEF* jest równy $2x$.



Zadanie 31. (0–2)

Spośród wszystkich wierzchołków sześciokąta foremnego o krawędzi 1 losujemy dowolne dwa. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowane wierzchołki utworzą odcinek, którego długość jest liczbą niewymierną.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–3)

Dany jest skończony, pięciowyrazowy ciąg $(4a-5;\ a;\ b;\ b+2;\ 9)$. Trzy pierwsze wyrazy tego ciągu są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a trzy ostatnie są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz a i b.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $A=(-9,8)$. Bok BC tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y=-2x+38$. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka B ma równanie $3x+2y-61=0$. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i C oraz napisz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta poprowadzoną z wierzchołka C.

Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest trzy razy dłuższa od wysokości ostrosłupa. Krawędź podstawy ma długość 12. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (***nie podlega ocenie***)

ISBN 978-83-7879-815-6
9 788378 798156