

15. Statystyka

Średnią arytmetyczną liczb x_1, x_2, \dots, x_n nazywamy liczbę:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

Medianą nieparzystej liczby danych uporządkowanych rosnąco lub malejąco jest wartość środkowa. W przypadku parzystej liczby tak uporządkowanych danych medianą jest średnia arytmetyczna dwóch sąsiednich wartości środkowych.

Wartość, która wśród danych występuje najczęściej, nazywamy **dominantą**.

Wariancją liczb x_1, x_2, \dots, x_n nazywamy liczbę:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n},$$

gdzie \bar{x} jest średnią arytmetyczną liczb x_1, x_2, \dots, x_n .

Odchyleniem standardowym liczb x_1, x_2, \dots, x_n nazywamy liczbę σ określoną za pomocą wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}.$$

Wariancja jest równa σ^2 .

Średnią ważoną liczb x_1, x_2, \dots, x_k z odpowiadającymi im wagami n_1, n_2, \dots, n_k , będącymi liczbami dodatnimi, określamy wzorem

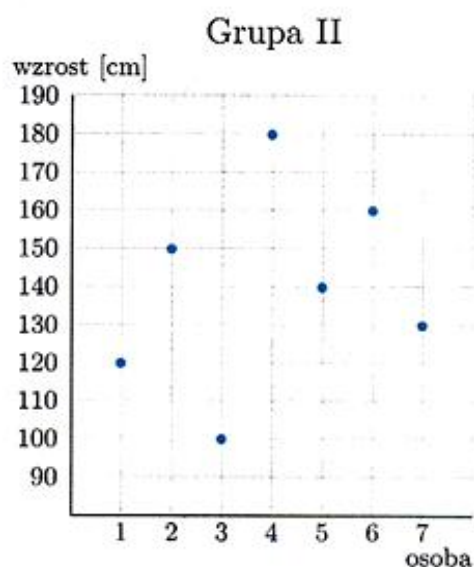
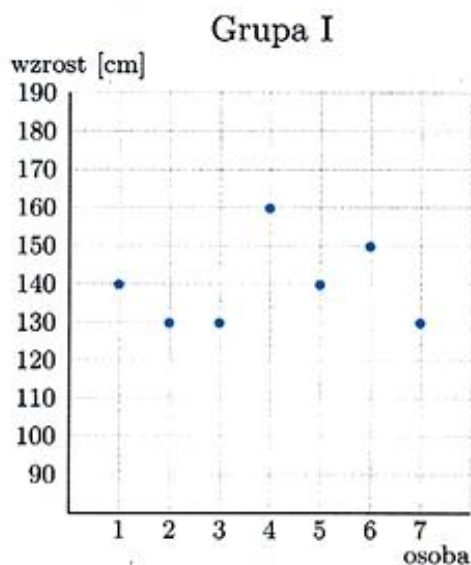
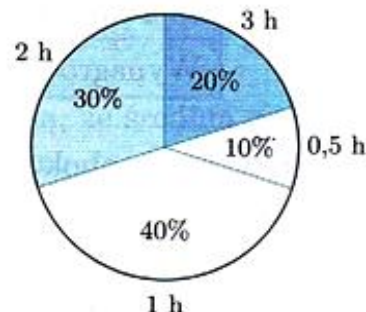
$$\bar{x}_w = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}.$$

Zestaw A. Zadania powtórzeniowe

- Oblicz średnią arytmetyczną danych liczb.
 - 8, 9, 9, 9, 9, 5, 7, 9, 9, 7, 7
 - 7, -3, 4, 5, -6, 7, 8, -9, 10, 11
- Wyznacz medianę i dominantę danych liczb.
 - 9, 5, 7, 0, 7, 5, 0, 9, 7, 7, 0
 - 6, 6, 4, 8, 8, 9, 9, 10, 6, 4
- W tabeli podano oceny z klasówki z matematyki w pewnej klasie. Oblicz średnią, wyznacz medianę i dominantę otrzymanych ocen dla dziewcząt, dla chłopców i dla całej klasy.

Ocena	2	3	3,5	4	4,5	5
Dziewczęta	2	2	4	1	2	1
Chłopcy	1	4	3	3	2	0

4. Wyznacz medianę i dominantę następujących danych:
- liczba godzin matematyki w klasie Ia w kolejnych dniach tygodnia: 1, 1, 0, 1, 2,
 - liczba nieobecności w semestrze na zajęciach ze statystyki w pewnej szesnast osobowej grupie studentów: 2, 5, 0, 0, 2, 2, 1, 4, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 3.
5. W grupie 80 losowo wybranych uczniów klas trzecich w pewnym liceum zadano pytanie: „Ile czasu poświęcasz dziennie na naukę?” Wyniki ankiety przedstawiono na diagramie. Oblicz średnią arytmetyczną, wyznacz medianę i dominantę zebranych danych.
6. W pewnej firmie zatrudniającej 10 osób miesięczne wynagrodzenia w złotych poszczególnych osób w 2009 roku wynosiły: 3000, 3100, 3050, 3300, 3250, 5500, 2350, 3700, 7500, 3300.
- Oblicz średnie miesięczne wynagrodzenie w tej firmie.
 - Podaj procent pracowników tej firmy zarabiających poniżej średniej.
7. Uczeń ma 8 ocen z biologii, ich średnia arytmetyczna jest równa 3. O ile wzrośnie ta średnia, jeżeli otrzyma on jeszcze dwie oceny – czwórkę i szóstkę?
8. Zmierzono wzrost uczniów w dwóch siedmioosobowych grupach. Wyniki przedstawiono na diagramach.
- Oblicz średnią i wyznacz medianę dla każdej grupy.
 - Oblicz wariancję i odchylenie standardowe dla każdej grupy.

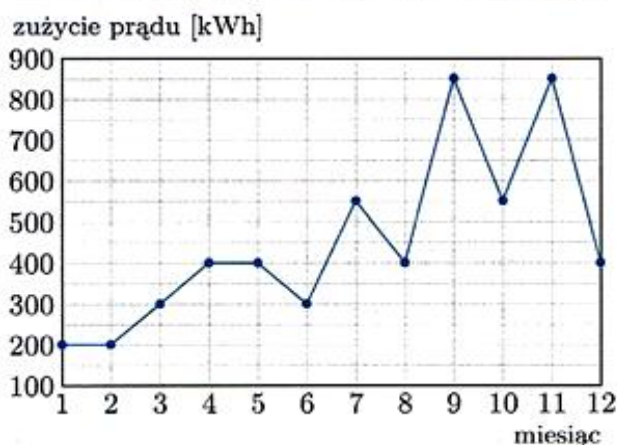


9. W tabeli przedstawiono dane dotyczące miesięcznego wynagrodzenia w dwóch firmach. Oblicz odchylenie standardowe wynagrodzeń w firmie X i w firmie Y.

Firma	X			Y		
Liczba pracowników	3	14	3	14	4	2
Wynagrodzenie [zł]	2500	3000	3500	2500	3500	5500

10. Na wykresie obok podano zużycie prądu w kolejnych miesiącach roku 2010 przez pewną rodzinę.

- a) Czy średnie zużycie prądu w drugim półroczu jest dwa razy większe niż w pierwszym?
 b) Czy odchylenie standardowe miesięcznego zużycia prądu w drugim półroczu jest większe niż w pierwszym?
 c) W których miesiącach zużycie prądu było większe od średniej?



11. W tabeli podane są liczby i odpowiadające im wagi. Oblicz średnią ważoną tych liczb.

a)

Liczba	1	3	5	7
Waga	4	6	3	2

b)

Liczba	18	5	4	8	3
Waga	0,1	0,2	0,15	0,05	0,4

12. Teleturniej składa się z trzech konkurencji ocenianych w skali od 0 do 10. Ostateczny wynik jest średnią ważoną poszczególnych wyników. Który zawodnik wygrał teleturniej?

Waga	2	3	5
Kuba	8	5	10
Paweł	10	5	8
Marek	8	10	5

13. W klasach IIa liczącej 27 osób i IIb liczącej 18 osób przeprowadzono sprawdzian ze statystyki. Średnia ocen ze sprawdzianu w klasie IIa wyniosła 4, a w IIb – 3,5. Oblicz średnią ocen ze sprawdzianu w obu klasach razem.

14. Średnie arytmetyczne dwóch zestawów danych wynoszą 16 i 10. Oblicz średnią arytmetyczną łącznego zestawu danych, jeśli stosunek liczebności danych wynosi odpowiednio:

a) 1 : 2,

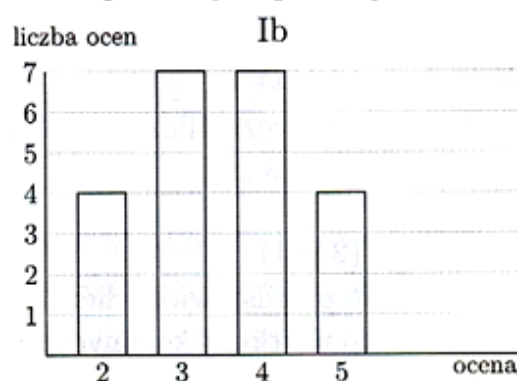
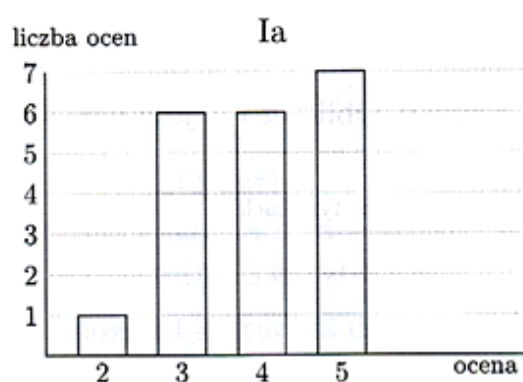
b) 1 : 3,

c) 2 : 3.

Zestaw B. Test jednokrotnego wyboru

- Niech M oznacza medianę, D – dominantę, a S – średnią zestawu liczb: 1, 2, 1, 4, 1, 3, 3, 2, 1. Wówczas:
A. $M < D$, B. $M < S$, C. $M = D$, D. $M = S$.
- Do zestawu liczb 5, 4, 4, 1, 5, 5, 9, 3 dopisano liczbę x taką, że średnia arytmetyczna nowego zestawu liczb jest równa ich medianie. Zatem:
A. $x = 3\frac{1}{2}$, B. $x = 4$, C. $x = 4\frac{1}{2}$, D. $x = 5$.

W zadaniach 3–5 skorzystaj z zamieszczonych niżej diagramów, na których przedstawiono wyniki sprawdzianu z geografii w dwóch klasach pierwszych pewnego liceum.



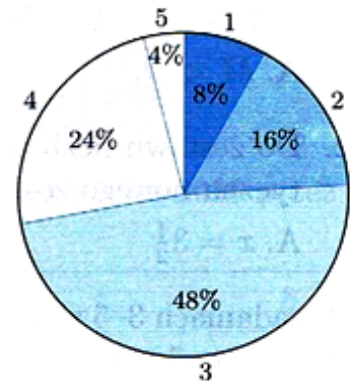
- Niech S_a oznacza średnią ocen ze sprawdzianu w klasie Ia, a S_b – średnią ocen w klasie Ib. Różnica $S_a - S_b$ jest równa:
A. 0,5, B. 0,45, C. 0,4, D. 0,35.
- Średnia ocen z tego sprawdzianu dla obu klas razem, podana z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, wynosi:
A. 3,71, B. 3,72, C. 3,73, D. 3,95.
- Niech M_a oznacza medianę wyników sprawdzianu w klasie Ia, M_b – oznacza medianę w klasie Ib, a M – medianę wyników sprawdzianu w obu klasach razem. Wówczas:
A. $M_a < M$, B. $M_b > M$, C. $M_a = M$, D. $M_b = M$.
- Średnia arytmetyczna liczb 3, 10, x , 4, 6, 15 jest równa 8. Mediana tych liczb jest równa:
A. 9,5, B. 9, C. 8,5, D. 8.

Zestaw C. Zadania krótkiej odpowiedzi

Zadanie 1. (2 pkt)

Na diagramie kołowym przedstawiono wyniki sprawdzianu z fizyki w klasie liczącej 25 uczniów.

- Oblicz średnią ocen z tego sprawdzianu.
- Ilu uczniów otrzymało ocenę wyższą od średniej?



Zadanie 2. (2 pkt)

Średnia arytmetyczna liczb $5x$, 3 , 5 , 7 , 6 , 1 , 5 , $2x$ jest równa 6 . Oblicz x oraz wyznacz medianę i dominantę tych liczb.

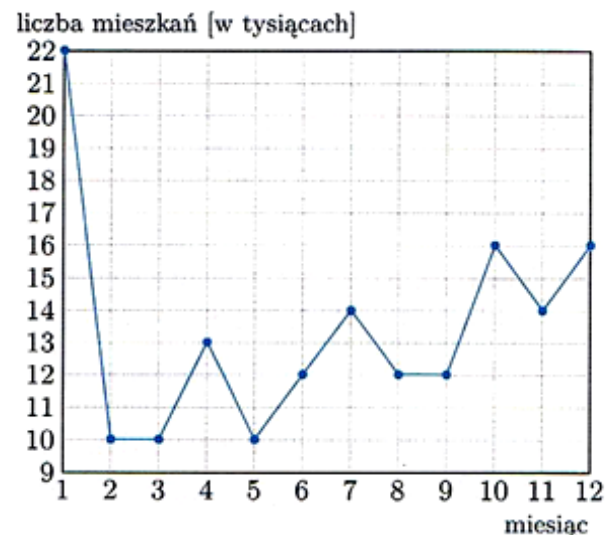
Zadanie 3. (2 pkt)

Średnia arytmetyczna liczb 6 , 7 , 3 , 9 , 10 , x , y jest równa 9 . Oblicz x i y , jeśli mediana jest równa 8 i $y > x$.

Zadanie 4. (2 pkt)

Na wykresie przedstawiono liczbę mieszkań oddanych do użytku w kolejnych miesiącach 2009 roku.

- Oblicz średnią miesięczną liczbę mieszkań oddanych do użytku w drugim półroczu 2009 roku.
- Oblicz odchylenie standardowe miesięcznej liczby mieszkań oddanych do użytku w drugim półroczu 2009 roku.



Zadanie 5. (2 pkt)

Ocena wystawiana na półrocze jest średnią ważoną, zaokrągloną do liczby całkowitej, ocen: z klasówek, z odpowiedzi ustnych i ze sprawdzianów. Który z uczniów A , B i C uzyskał najlepszą ocenę na półrocze?

	Klasówka 1	Klasówka 2	Odpowiedź 1	Odpowiedź 2	Sprawdzian
Waga	0,3	0,3	0,1	0,1	0,2
A	4	4	5	4	5
B	5	5	4	4	4
C	5	4	5	4	4

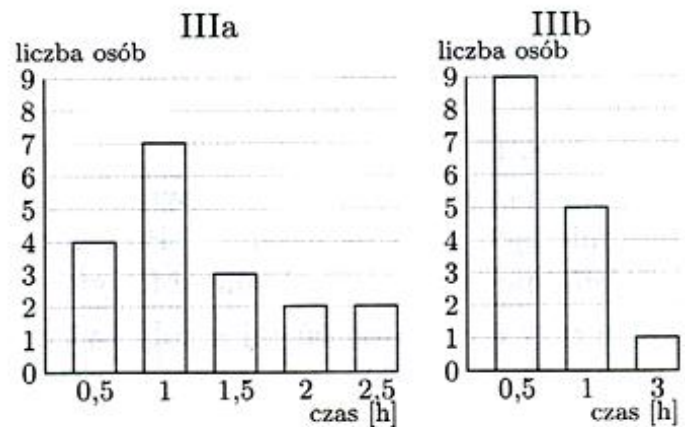
Zestaw D. Zadania rozszerzonej odpowiedzi

Zadanie 1. (3 pkt)

Wypisz liczby pierwsze mniejsze od 30. Oblicz średnią i wyznacz medianę tych liczb.

Zadanie 2. (6 pkt)

W klasach IIIa i IIIb przeprowadzono ankietę. Każdy uczeń odpowiadał na pytanie: „Ile godzin dziennie spędzasz przed komputerem?” Wyniki ankiety przedstawiono na diagramach. Oblicz średnią arytmetyczną, wyznacz medianę i dominantę zebranych danych dla każdej klasy i obu klas razem. Wyniki podaj z dokładnością do 1 minuty.



Zadanie 3. (4 pkt)

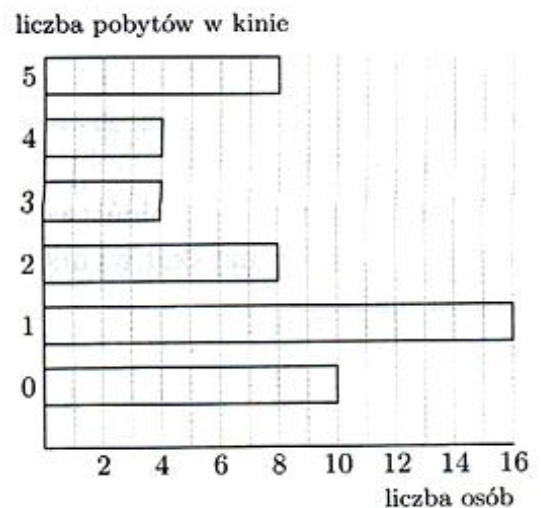
Pewna firma ma dwa oddziały, I i II. Średnia płaca w oddziale I wynosi 2700 zł, w oddziale II – 3300 zł. Oblicz średnią płacę w obu oddziałach razem, jeżeli:

- oddział I zatrudnia dwa razy więcej pracowników niż oddział II,
- oddział I zatrudnia o 40% mniej pracowników niż oddział II.

Zadanie 4. (4 pkt)

Grupie 50 losowo wybranych uczniów liceum zadano pytanie: „Ile razy w ostatnim miesiącu byłeś w kinie?” Wyniki ankiety przedstawiono na diagramie. Czy na jego podstawie można stwierdzić, że w ciągu ostatniego miesiąca:

- przynajmniej połowa badanych osób co najmniej raz była w kinie,
- badana osoba średnio 2 razy była w kinie,
- ponad 40% badanych było w kinie więcej niż 2 razy?



Zadanie 5. (4 pkt)

Średnie miesięczne wynagrodzenie w pewnej firmie zatrudniającej 15 pracowników wynosiło 3600 zł. Zatrudniono nowego pracownika. Ile zarabia ten pracownik, jeśli obecnie średnie miesięczne wynagrodzenie w firmie jest:

- o 1% wyższe niż wcześniej,
- o 10 zł niższe niż wcześniej.

Zadanie 6. (3 pkt)

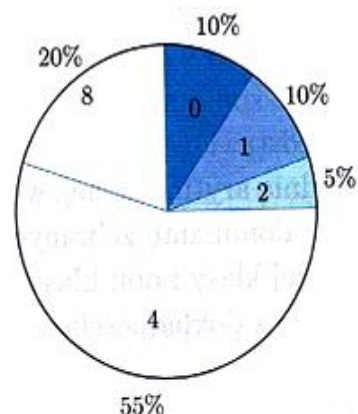
Średnia ocen z języka polskiego na koniec roku w pewnej klasie liczącej 20 osób wynosiła 3,6. Czterech uczniów otrzymało ocenę niedostateczną. Jaka byłaby średnia ocen w tej klasie, gdyby ci uczniowie na koniec roku otrzymali ocenę dostateczną?

Zadanie 7. (3 pkt)

Średnia arytmetyczna n liczb wynosi 50. Jeżeli dołączymy do nich liczby 70 i 130, to średnia nowego zestawu będzie równa 70. Oblicz n .

Zadanie 8. (3 pkt)

Uczniom pewnej szkoły zadano pytanie: „Ile razy w ostatnim miesiącu byłeś na basenie?” Procentowy rozkład odpowiedzi podano na diagramie kołowym.



a) Ile razy średnio uczeń tej szkoły był w ostatnim miesiącu na basenie?

b) Oblicz odchylenie standardowe miesięcznej liczby obecności na basenie.

Zadanie 9. (5 pkt) – Matura, maj 2009

W tabeli przedstawiono wyniki części teoretycznej egzaminu na prawo jazdy. Zdający uzyskał wynik pozytywny, jeżeli popełnił co najwyżej dwa błędy.

Liczba błędów	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Liczba zdających	8	5	8	5	2	1	0	0	1

a) Oblicz średnią arytmetyczną liczby błędów popełnionych przez zdających ten egzamin. Wynik podaj w zaokrągleniu do całości.

b) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wśród dwóch losowo wybranych zdających tylko jeden uzyskał wynik pozytywny. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.